



TITLE:

内部バルジの渦動性と波動性(流体における波動現象の数理解とその応用)

AUTHOR(S):

杉原, 裕司; 松永, 信博; 坂井, 一樹; 本地, 弘之

CITATION:

杉原, 裕司 ...[et al]. 内部バルジの渦動性と波動性(流体における波動現象の数理解とその応用). 数理解析研究所講究録 1993, 830: 218-225

ISSUE DATE:

1993-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/83341>

RIGHT:

内部バルジの渦動性と波動性

九州大・総理工 杉原裕司 (Yuji SUGIHARA)

松永信博 (Nobuhiro MATSUNAGA)

坂井一樹 (Kazuki SAKAI)

本地弘之 (Hiroyuki HONJI)

1. はじめに

二成層密度界面に中間密度の流体塊を貫入させるとヘビが卵を飲み込んだような膨らみ（内部バルジ）が界面に沿って伝播する。このバルジは、形成初期においてはその内部は渦対で構成され、閉じた定常流線パターンを持つ。渦対は伝播の進行とともに縮退し、バルジは開いた定常流線パターンをもつ内部孤立波へ変化する。内部バルジはその後方に定常波を伴うこともある。このように多様な性格をもつ内部バルジの基本特性を可視化実験に基づいて調べた結果を報告する。

2. 実験装置および実験方法

実験には、長さ4.0m、深さ0.3m、幅0.15mの透明アクリル水槽を用いた。水槽の底に塩水を溜め、その上に同量の真水をゆっくりとのせることによって二成層状態をつくった。成層が完了した後、水槽の一端に仕切り板を差し込み、仕切り板内の塩水と真水を十分に攪拌することによって中間密度の流体塊をつくる。その仕切り板を素早く引き抜くことにより中間密度の流体塊が密度界面に貫入し、その後内部バルジとして伝播していく。貫入させる流体はあらかじめアニリンブルー染料によって着色されており、内部バルジとその後方の定常波の挙動はVTRカメラを用いて撮影された。内部バルジおよび定常波の伝播速度、振幅はVTR画像より求めた。密度の鉛直分布は流体の導電率を測定することによって求め、

$$\rho = \bar{\rho}(1 - \omega \tanh \alpha z) \quad (1)$$

で近似することによって密度界面の厚さの代表長さスケールの逆数 α を算定した。ここで、 $\bar{\rho}$ と ω は上層と下層の密度 ρ_1 、 ρ_2 を用いことにより、

$\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2)/2$ 、 $\omega = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_1 + \rho_2)$ と定義されている。 z は中間密度の位置から鉛直上向きに取られた座標である。図1に密度の鉛直分布の測定結果の一例を示す。図中の実線は式(1)を示す。両者はよく一致しており、密度の鉛直分布は式(1)でよく近似されることがわかる。安定二成層の場合、ブラント-バイサラ振動数 N は鉛直方向に分布をもつことになる。そこで本研究ではその最大値 N_{\max} を代表スケールとして用いることとする。 N_{\max} は密度分布が式(1)で表されることより、次式のようにになる。

$$N_{\max} = (\omega g \alpha)^{1/2} \quad (2)$$

ここで g は重力加速度である。塩水の密度 ρ_2 は $1.05 \sim 1.10 \text{ g/cm}^3$ の間で変化させた。また上層および下層の水深 h_1 、 h_2 は 11.5 cm であった。

3. 実験結果および考察

写真1(a)～(b)は、アニリンブルー染料によって可視化された内部バルジの伝播の様子を示したものである。バルジの振幅を a とすると(a)に示されたバルジは $\alpha a = 3.88$ であり、密度界面の厚さに比べてバ

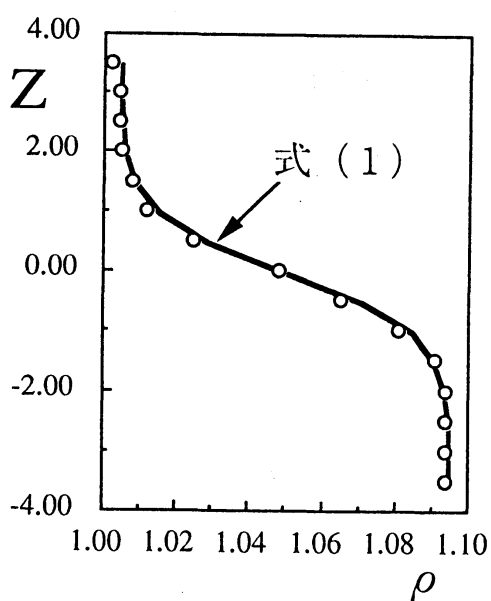


図-1 鉛直密度分布の測定結果の一例

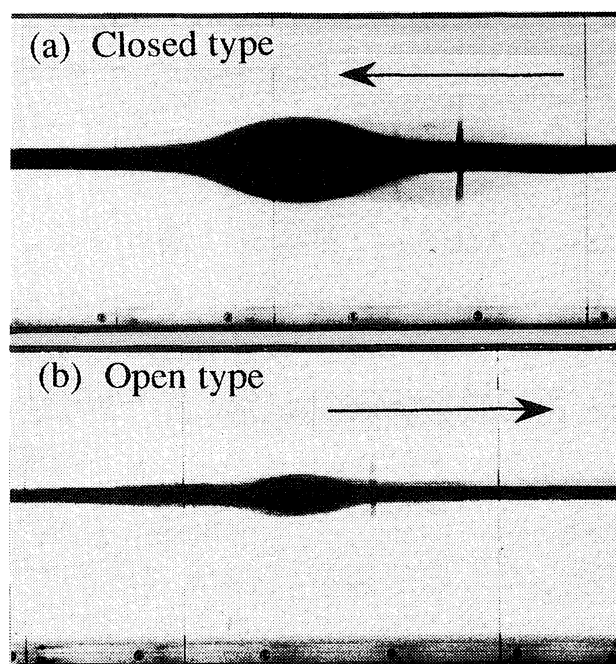


写真-1 内部バルジの伝播
(図中の矢印は伝播方向を示す)

ルジの振幅が十分に大きい場合に相当する。Kamachi & Honji¹⁾によると $\alpha a \geq 1.3$ の場合にバルジ内の流線は閉じたパターン(Closed type)となる。従って、写真1 (a) に示されたバルジは内部に渦対を伴って伝播していると考えられる。(b) は水槽の端まで達したバルジが壁から反射して逆方向に伝播している様子である。この場合 $\alpha a = 1.09$ であり、1.3よりも小さく、内部の流線は開いたパターン(Open type)となっている。

内部に閉じた定常流線パターンがある場合、流線内の実質流体は、バルジによって運ばれていることになる。そのことを確かめる実験が写真2 (a) ~ (b) に示されている。写真中の縦線は染料の色素である。写真2 (b) において、バルジの通過とともに色素線が切断されたことにより、このバルジが流体の実質を輸送しているClosed typeのものであることがわかる。写真3 (a) ~ (b) の場合色素線は切断されず、このバルジはOpen typeであることがわかる。

図2は、内部バルジの伝播速度と振幅の関係を示したものである。図中の λ はDavis & Acrivos²⁾によって導入された無次元速度パラメータであり、 $\lambda = g \ln(p_2/p_1)/(2\alpha c^2)$ で定義されている。ここで C はバルジの伝播速度である。本実験で得られたデータは図中において○でプロットされており、△、□はDavis & Acrivos²⁾の実験データである。図中の直線は、Davis & Acrivosによって求められた αa の比較的小さい場合に成り立つ理論式 $\lambda = 2.0 - 1.2\alpha a$ である。また、もう一方の曲線はBenjamin^{3,4)}によって得られた理論式 $\lambda = 2/(1 + 0.6\alpha a)$ である。 αa が小さい場合には、実験結果はDavis & Acrivosの理論式に漸近する。しかしながら、 αa が大きくなるに従って非線形性が増し、Davis & Acrivosの理論式から外れてくる。そして十分に αa が大きい領域で、 $\lambda = 0.2$ に収束する。本実験データから得られる収束値は、Benjaminにより求められた理論値とかなり異なるが、本実験データはDavis & Acrivosの実験データと連続的に接続する。

図3は、内部バルジの振幅が伝播の進行に伴ってどの様に変化するかを示したものである。 \hat{x} 、 \hat{a} はそれぞれ x/x_0 、 a/a_0 で定義されている。ここで x は水槽の端から水平方向に取られた座標であり、 a_0 は a の分布を外挿することによって求められた $x=0$ における振幅である。この図から、バルジの振幅の変化の割合は \hat{x} が増加するに従ってしだいに緩やかになるこ

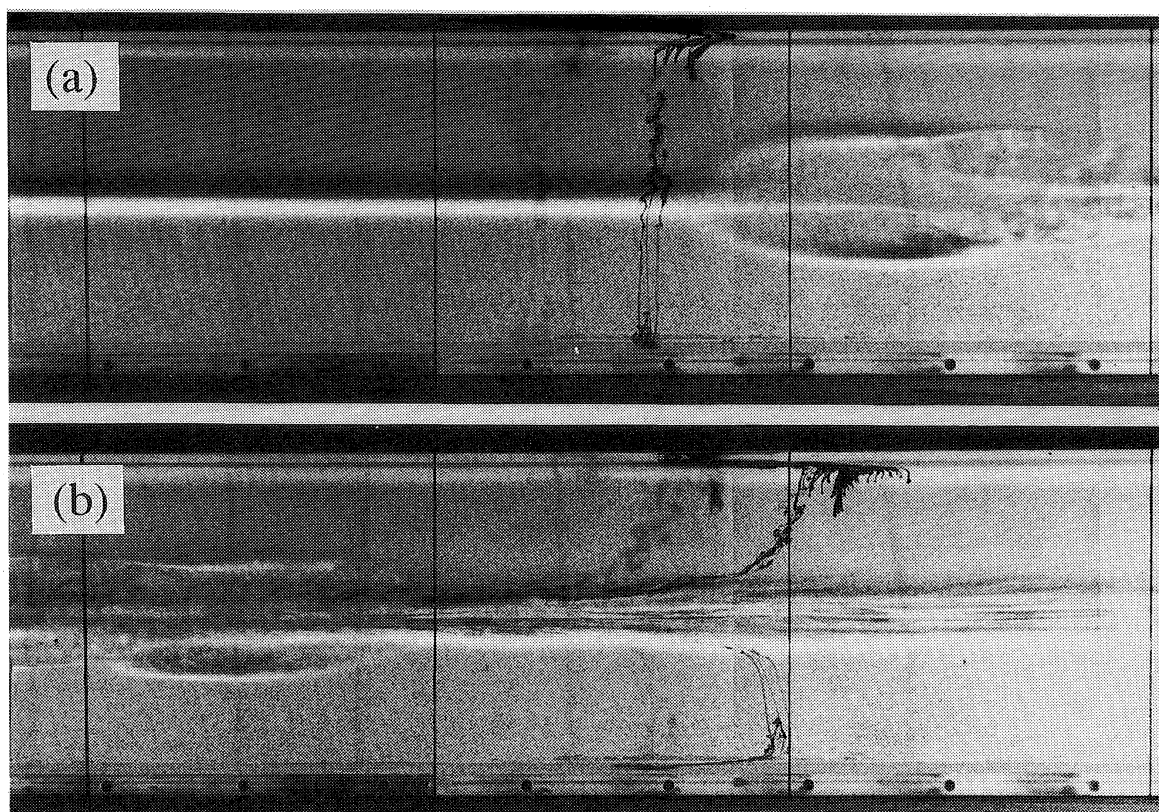


写真-2 投下色素線を通過する内部バルジ (Closed type)

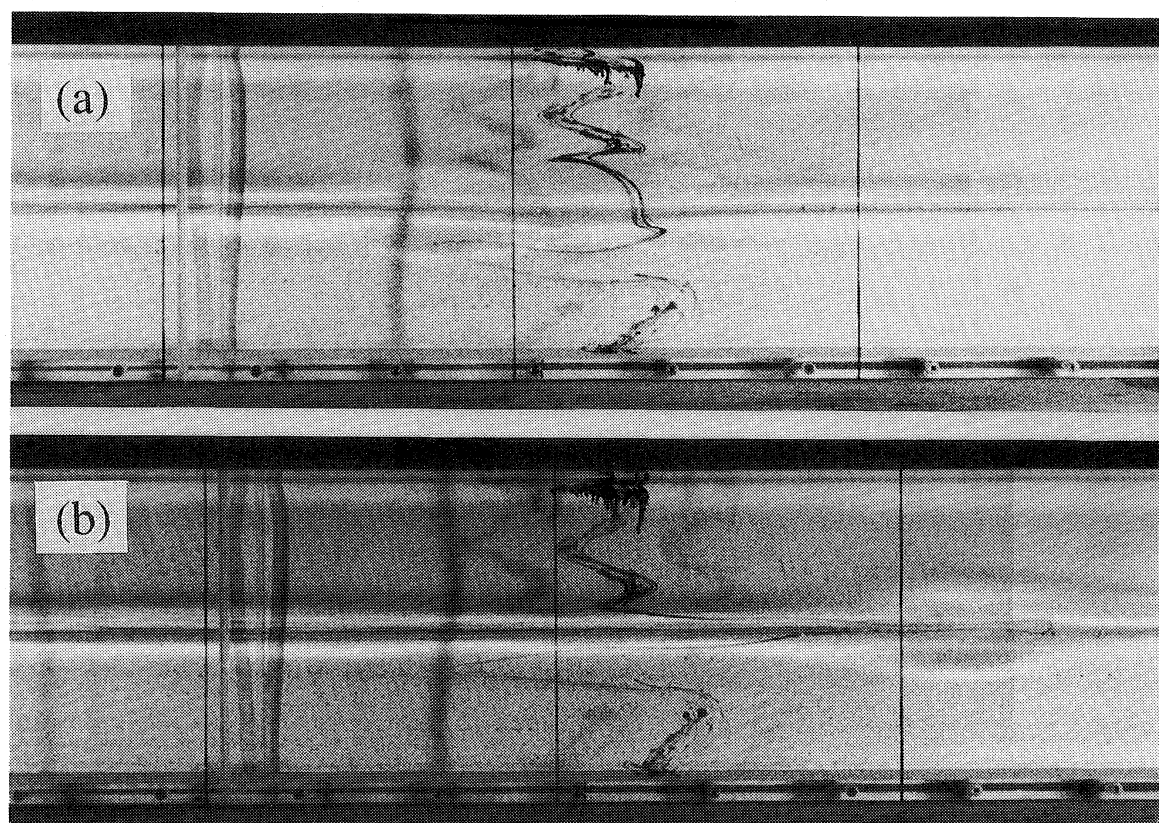


写真-3 投下色素線を通過する内部バルジ (Open type)

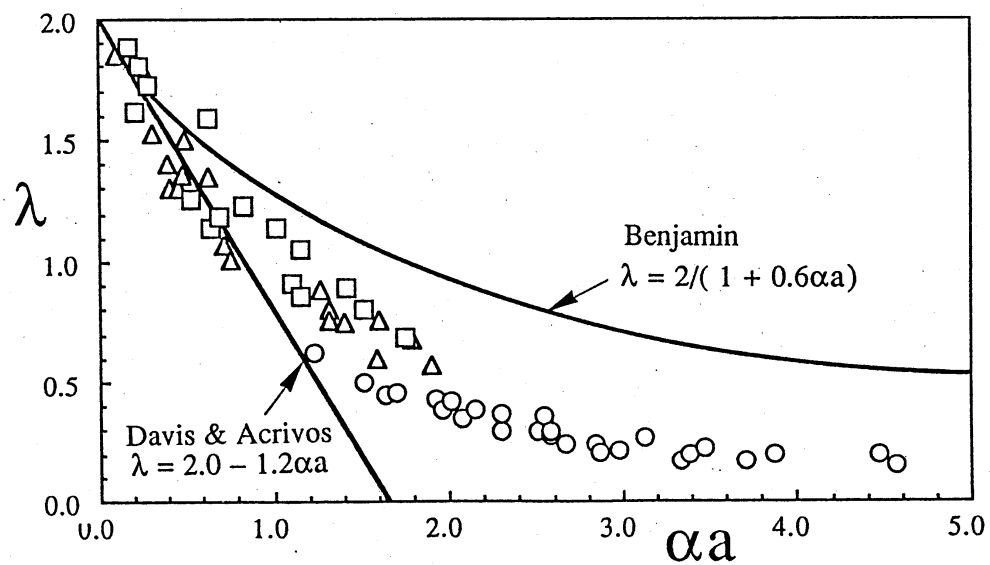


図-2 無次元速度パラメータ λ と αa の関係
 (○は本実験のデータ、△、□はDavis & Acrivosのデータで
 それぞれ $\rho_2=1.052\text{g/cm}^3$ 、 $\rho_2=1.095\text{g/cm}^3$)

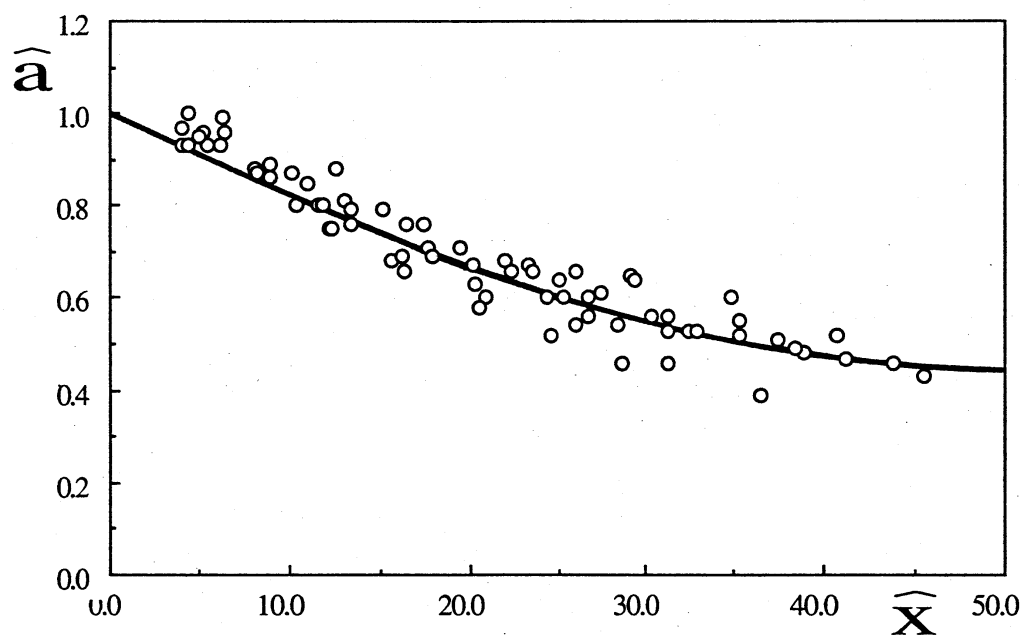


図-3 伝播に伴う内部バルジの振幅の変化

とがわかる。これは形成初期においては内部の渦運動が激しいことから、粘性散逸によって失われるエネルギーが大きいと考えられる。そして渦対の縮退とともにバルジの運動も波動的になり、エネルギー散逸も小さくなるため、形成後時間が十分に経過すると振幅の減衰率も相対的に小さくなるものと思われる。

写真4 (a) ~ (d) は、内部バルジの後方に誘起される定常波の一例を示したものである。バルジ後方の波は写真から分かるようにバルジと全く同じ伝播速度を持っており、バルジに対して位相が静止している。すなわちバルジにトラップされた定常波が形成していると考えられる。このようにある種の物体にトラップされた波の典型的なものとして、成層大気流中の山岳部において観察されるリー波が挙げられる。リー波は流れが物体に衝突することによる攪乱で発生した様々な周波数の波のうち、流れと同じ速度で上流に向けて伝播するものだけが物体の近傍にトラップされる現象である。これは大気物理学の分野ではかなり基本的な現象であり、これまでに数多くの研究が行われている。本実験条件におけるバルジは内部に渦対を伴っていることから、流れの中に置かれたある種の物体であると思われ、後方に形成される定常波はリー波であると考えることができる。図4は、定常波の波長 l と c の関係を示したものである。定常波の無次元波長 α は $2\pi\alpha c/N_{\max}$ に比例して増加し、 l と c の関係は経験的に次式で表される。

$$l = 4.24 \pi \frac{c}{N_{\max}} \quad (3)$$

また、定常波の周波数 f は $f = 2\pi c/l$ より、次式のようにになる。

$$f = 0.472 N_{\max} \quad (4)$$

4. おわりに

二成層流体中に形成される内部バルジの基本特性について調べた。その結果、内部バルジは渦的性質と波的性質を兼ね備えた特殊な流体現象であることがわかった。バルジ後方に定常波が形成されるのを見出し、これを線形安定成層中におけるリー波と類似の現象であると結論づけたが、これについては線形安定成層と二成層の違いを考慮してさらに検討する必要がある。

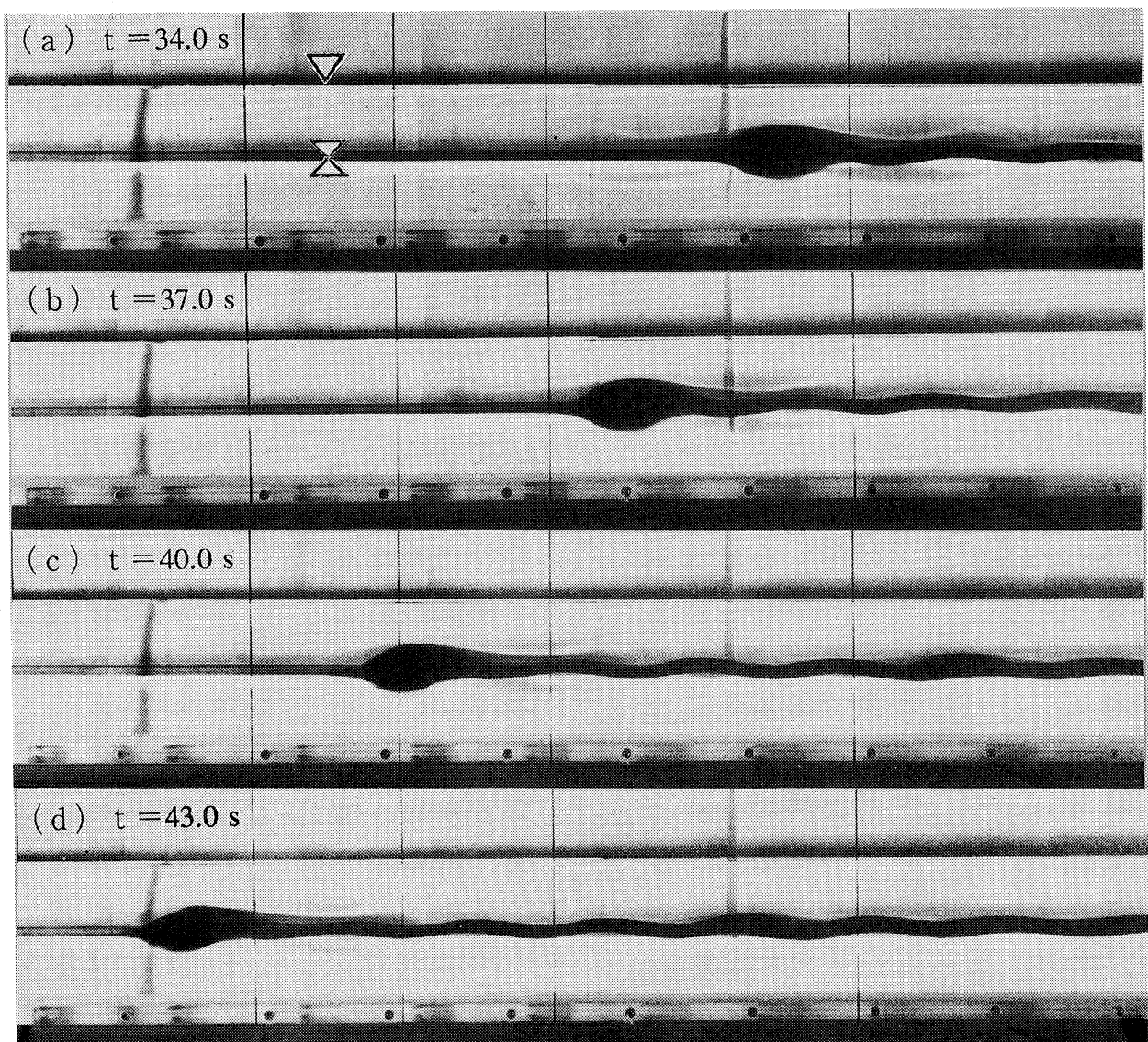


写真-4 内部バルジ後方に誘起される定常波（ t は内部バルジ形成後の経過時間）

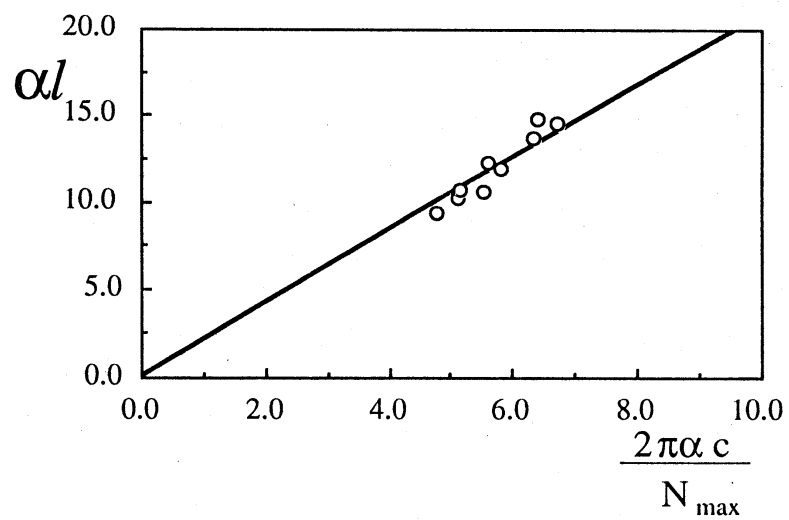


図-4 定常波の波長と波速の関係

参考文献

- 1) Kamachi, H. and Honji, H. : Steady flow patterns of internal solitary bulges in a stratified fluid, *Phys. Fluids*, **25**, pp.1119-1120.
- 2) Davis R. E. and Acrivos A. : Solitary internal waves in deep water, *J. Fluid Mech.*, **29**, pp.593-607, 1967.
- 3) Benjamin, T. B. : Internal waves of permanent form in fluids of great depth, *J. Fluid Mech.*, **29**, pp.559-592.
- 4) Hurdis, D. A. and Pao, H.-P. : Experimental observation of internal solitary waves in a stratified fluid, *Phys. Fluids*, **18**, pp.385-386.